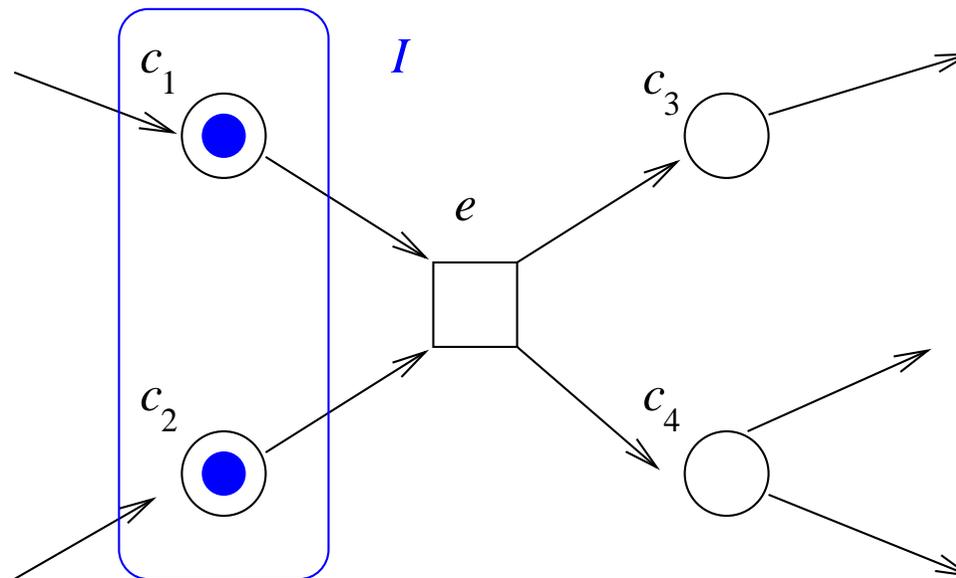
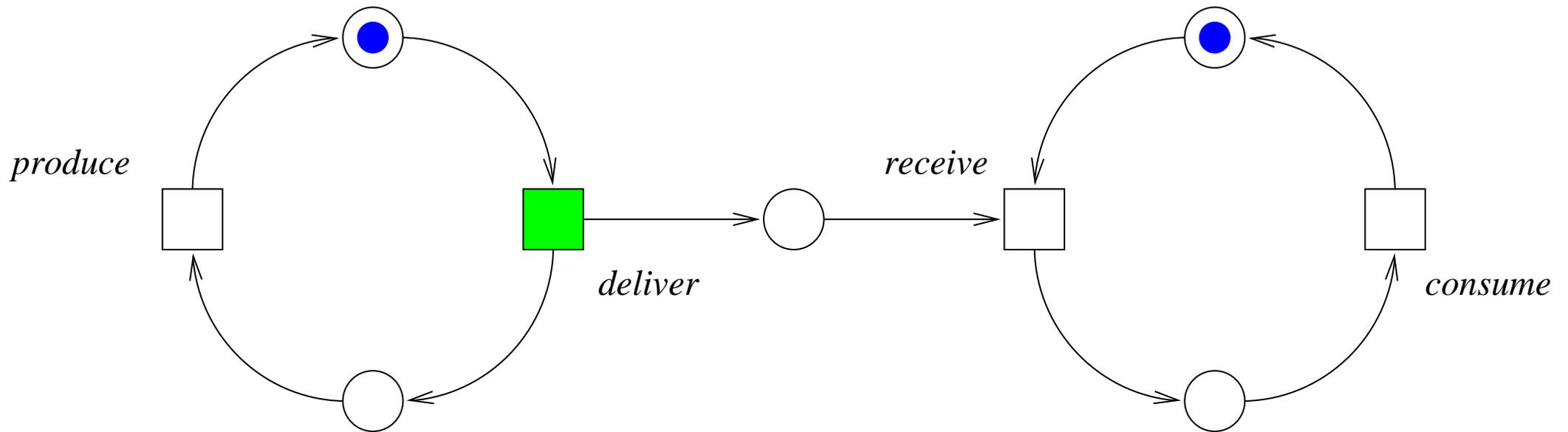


- Neben Prozess-Algebra geläufigste Modellierung *nebenläufiger* Systeme
  - seit 60er Jahren untersucht, in Form von **Activity Diagrams** in UML
  - auch wieder: **asynchron** kommunizierende Prozesse (Protokolle/Software)
- Modellierungs- und Verifikationstools existieren
- **Theorie:** Umfangreiche theoretische Untersuchungen
  - Endlichkeit, Deadlock, ...
- Aus der Praxis kommende Erweiterungen
  - Daten, Färbung, Hierarchie, quantitative Aspekte, ...

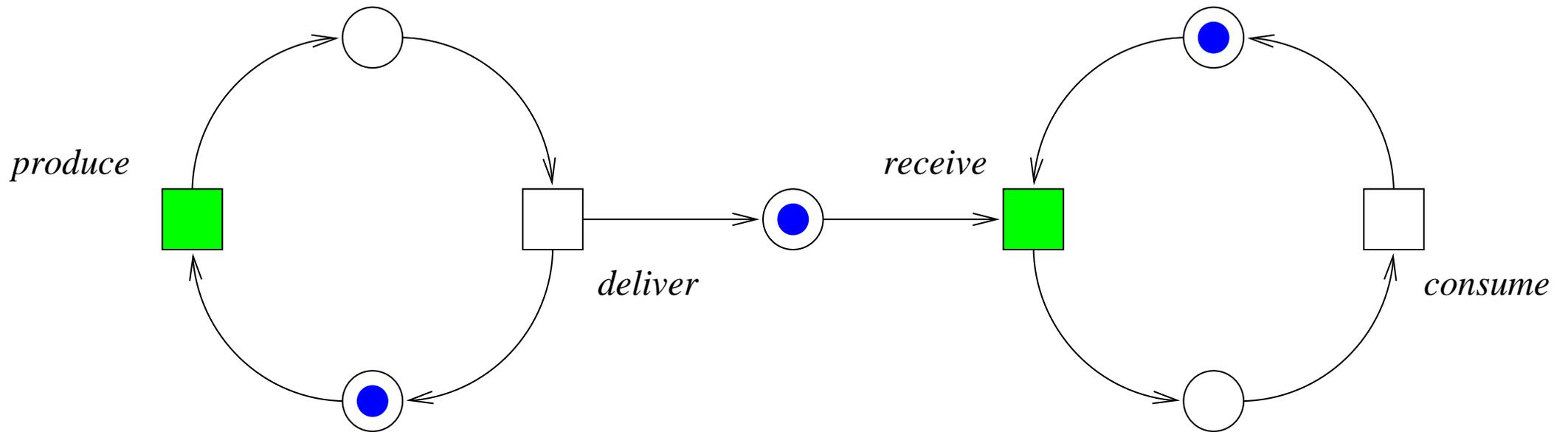
**Definition** Ein CEN  $N = (C, I, E, G)$  besteht aus Bedingungen  $C$ , Anfangsmarkierung  $I \subseteq C$ , Events  $E$  und Abhängigkeiten  $G \subseteq (C \times E) \dot{\cup} (E \times C)$



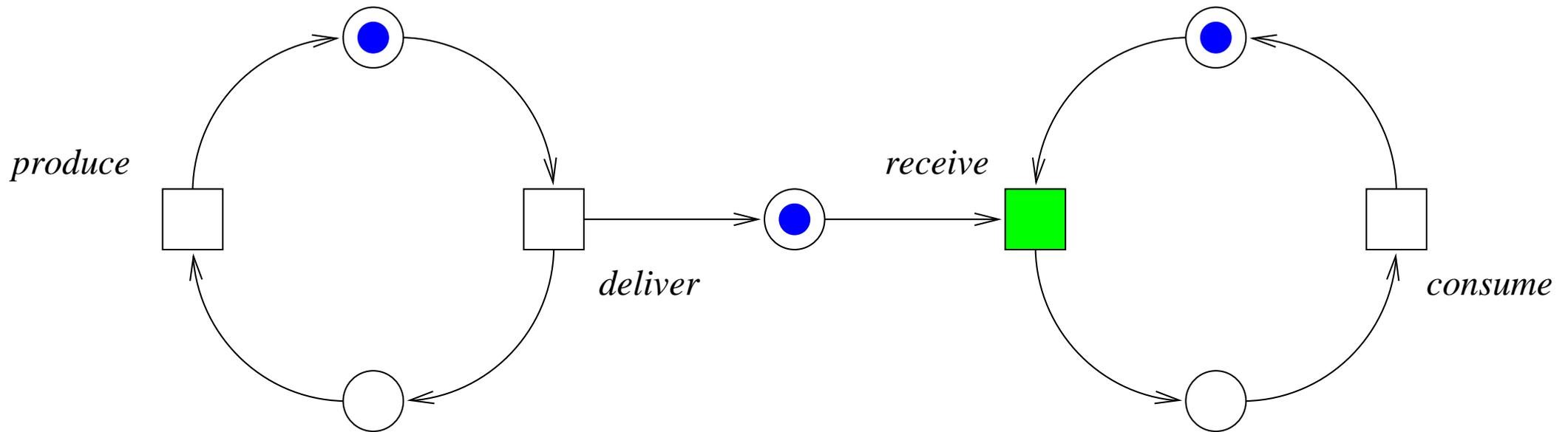
- oftmals  $\rightarrow$  statt  $G$
- kann interpretiert werden als *bipartiter* Graph oder ...
- ... Hypergraph mit Multi-Quellen- bzw. Multi-Ziel-Kanten  $E$



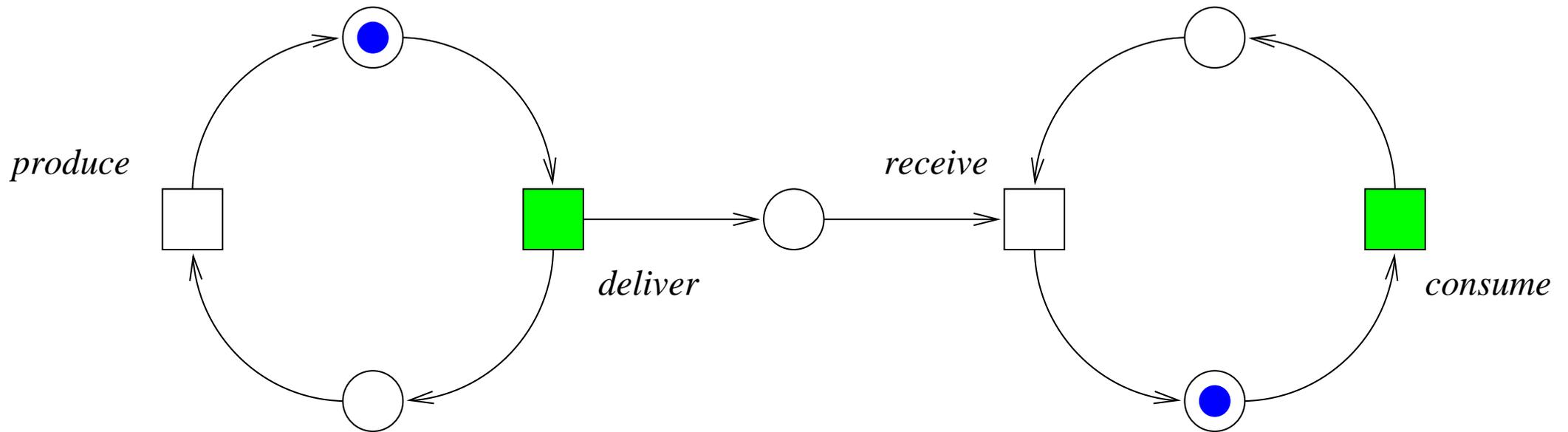
nur ein Event/Transition kann **feuern**



zwei Events/Transitionen können **feuern**



Ziel-Condition von *deliver* besetzt



wiederum Auswahl aus zwei möglichen **Events**

**Definition** Geg. CEN  $N = (C, I, E, G)$ . Das LTS  $L = (S, \{I\}, \Sigma, T)$  zu  $N$  ist definiert durch

$$S = \mathbb{P}(C) \quad \Sigma = E$$

$$T(C_1, e, C_2) \quad \text{gdw.} \quad G^{-1}(e) \subseteq C_1 \quad \text{Vorbedingungen erfüllt} \quad (1)$$

$$G(e) \cap C_1 = \emptyset \quad \text{Nachbedingungen unerfüllt} \quad (2)$$

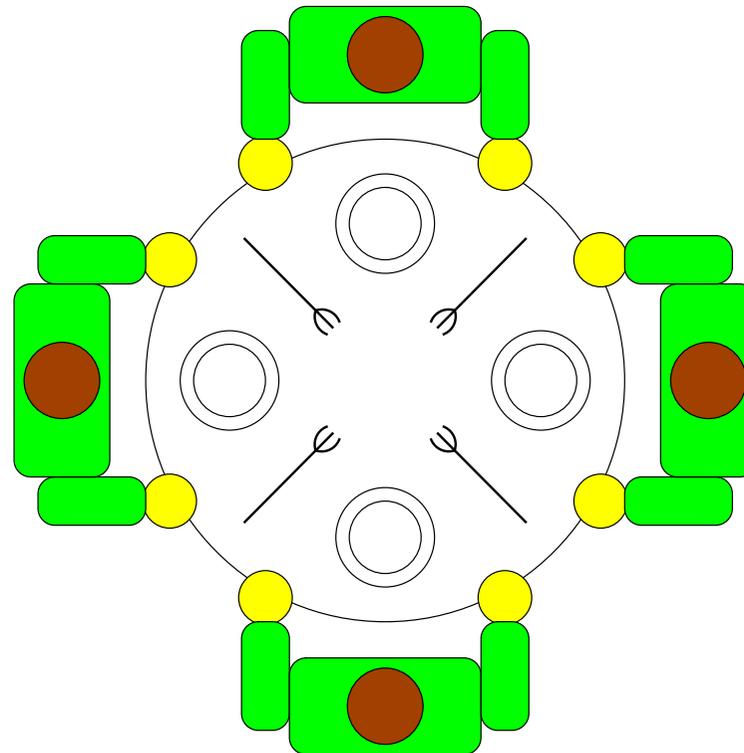
$$C_2 = (C_1 \setminus G^{-1}(e)) \cup G(e) \quad \text{Zustandsänderung}$$

$$G(e) = \text{Nachbedingungen von Event } e \quad (\text{oder auch } e \rightarrow)$$

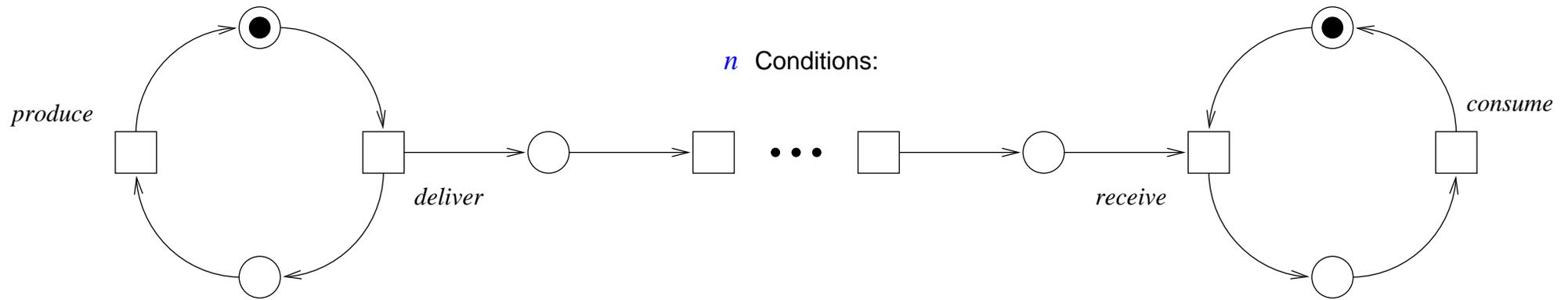
$$G^{-1}(e) = \text{Vorbedingungen von Event } e \quad (\text{oder auch } \rightarrow e)$$

- die Zustände  $M \in \mathbb{IP}(C)$  des LTS werden auch als **Markierungen** des CEN bezeichnet
- ein Event  $e$  ist **ausführbar** in  $M$  wenn  $M \xrightarrow{e} \neq \emptyset$
- eine Markierung  $M \in \mathbb{IP}(C)$  ist ein **Deadlock**
  - gdw.  $M$  eine *Sackgasse* im LTS darstellt
  - gdw. kein Event in  $M$  ausführbar ist
  - gdw. alle Events *disabled* sind
  - gdw.  $\forall e \in E [M \xrightarrow{e} = \emptyset]$
- ein CEN hat einen Deadlock gdw. ein Deadlock erreichbar ist

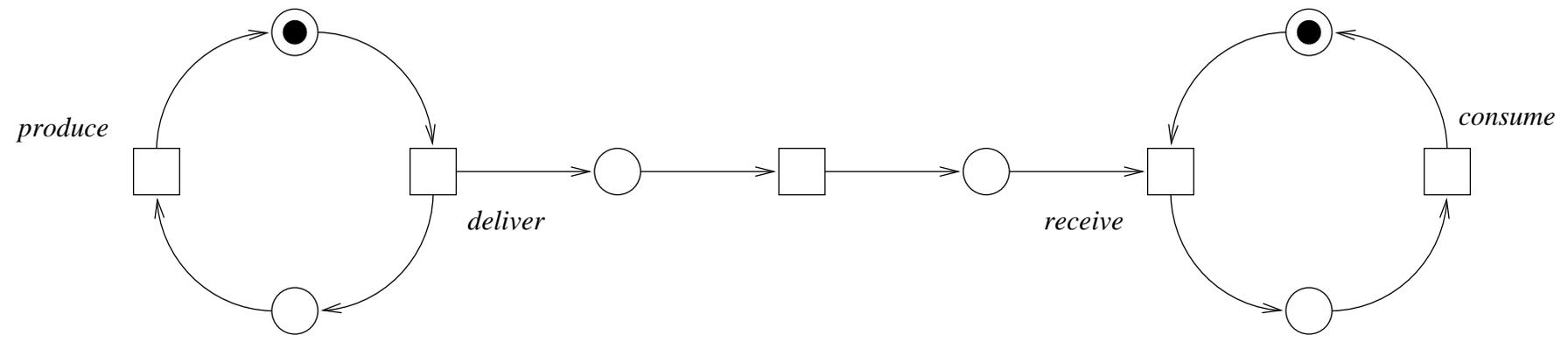
$n$  Philosophen,  $n$  Gabeln,  $n$  Teller



Philosophen Denken und Essen abwechselnd  
Essen geht nur mit zwei Gabeln,  
welche nicht gleichzeitig vom Tisch genommen werden können

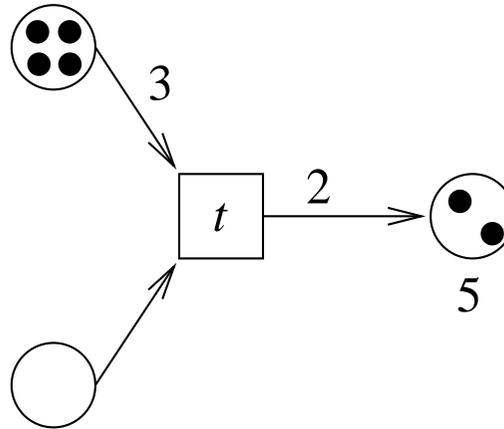


Puffer der Kapazität  $n$



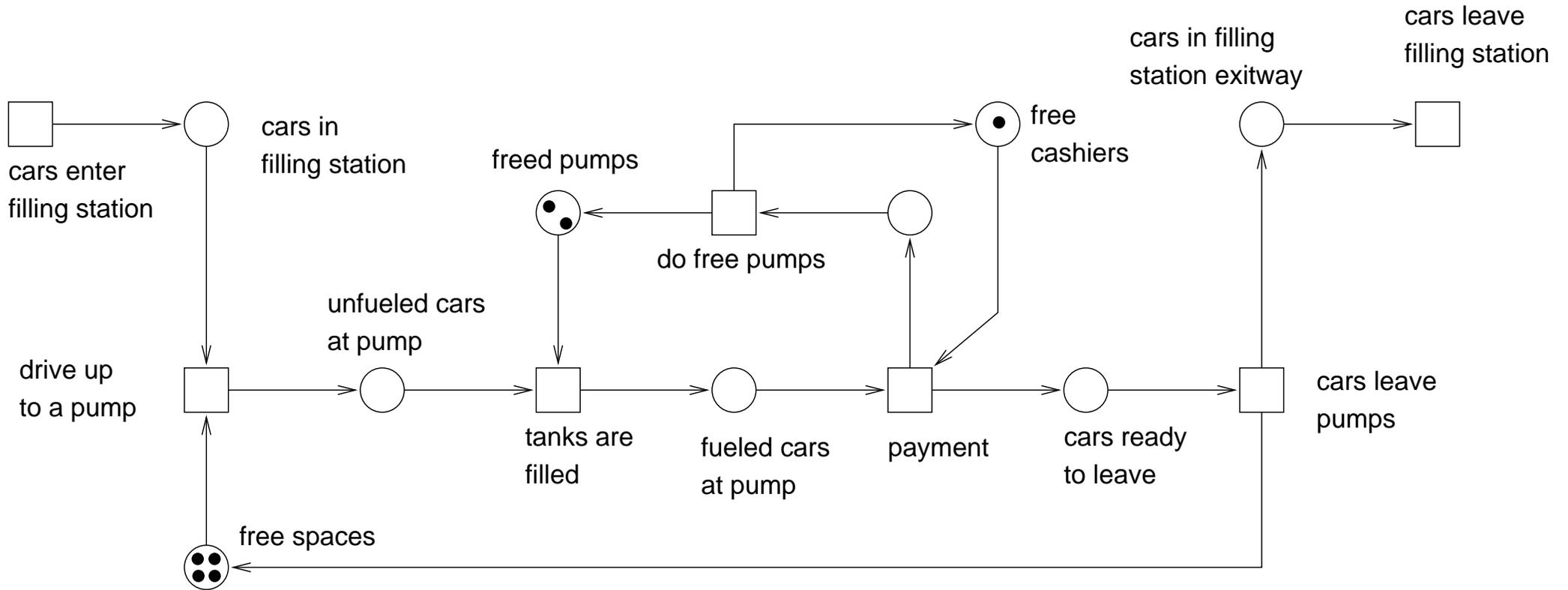
Puffer der Kapazität 2

**Definition** Ein PTN  $N = (P, I, T, G, C)$  besteht aus Stellen  $P$ , Anfangsmarkierung  $I: P \rightarrow \mathbb{N}$ , Transitionen  $T$ , Verbindungsgraph  $G \subseteq (P \times T) \dot{\cup} (T \times P)$ , und Kapazität  $C: P \dot{\cup} G \rightarrow \mathbb{N}_\infty$ .



- Kapazität der Kanten  $G$  ist endlich und sogar 1 falls nicht explizit angegeben
- Kapazität der Stellen  $P$  kann auch  $\infty$  sein und ist es auch falls nicht explizit angegeben
- CEN lassen sich als PTN interpretieren mit konstanter Kapazität  $C \equiv 1$

nach [W. Reisig, *A Primer in Petri Net Design*, 1992]



Geg. PTN  $N = (P, I, T, G, C)$ .

**Definition** Transition  $t \in T$  kann in Zustand/Markierung  $M: P \rightarrow \mathbb{N}$  **feuern** gdw.

$C((p, t)) \leq M(p)$  für alle  $p \in G^{-1}(t)$  und

$C((t, q)) + M(q) \leq C(q)$  für alle  $q \in G(t)$ .

**Definition** Transition  $t \in T$  **führt  $M_1: P \rightarrow \mathbb{N}$  nach  $M_2: P \rightarrow \mathbb{N}$  über** gdw.

$t$  kann in  $M_1$  feuern und  $M_2 = M_1 - M_- + M_+$  mit

$$M_-(p) = \begin{cases} C((p, t)) & p \in G^{-1}(t) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad M_+(p) = \begin{cases} C((t, p)) & p \in G(t) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

**Definition** Das LTS  $L = (S, \{I\}, \Sigma, T_L)$  zu  $N$  ist definiert durch

$$S = \mathbb{N}^P \quad \Sigma = T \quad \text{und} \quad T_L(M_1, t, M_2) \text{ gdw. } t \text{ führt } M_1 \text{ nach } M_2 \text{ über}$$